1°/ On note x et x' , y et y' les parties réelles et les parties imaginaires de z et z'

Démontrer que $\begin{cases} x' = \dfrac{3x + 4y + 1}{5} \\ y' = \dfrac{4x - 3y - 2}{5} \end{cases}$.

2°/Démontrer que f est une symétrie orthogonale que l'on précisera .

3°/Déterminer l'ensemble (D) des points M d'affixes z tel que : $z' \in \mathbb{R}$

4°/On cherche à déterminer les points de (D) dont les coordonnées sont entiers .

*Donner une solution particulière (x_0 , y_0) appartenant à $\mathbb{Z}^2$ de l'équation : $4x - 3y = 2$ (*)

Résoudre dans $\mathbb{Z}^2$ l'équation (*)

5°/ On considère les points M d'affixe $z = 1 + iy$ où $y \in \mathbb{R}$ et M'= f (M)

Déterminer les entiers relatifs y tel que Re(z') et Im(z') soient entiers .

Exercice 26 :

Le plan (P) est rapporté à un repère orthonormé à un repère orthonormé $(O, \vec{i}, \vec{j})$.

Soit f : $\begin{cases} P \to P \\ M(x,y) \mapsto M'(x',y') / \begin{cases} x' = x + y - 1 \\ x - y + 1 \end{cases} \end{cases}$

1°/

a) Montrer que si $z = x + iy$ et $z' = x' + iy'$ alors : $z' = (1 + i)\,\overline{z} - 1 + i$

b) Montrer que f est une similitude indirecte que l'on précisera .

2°/ Soit Γ : l'ensemble des points M (x , y) tels que : $2x^2 - y^2 + 2y - 2 = 0$

a) Montrer que Γ est une hyperbole dont on précisera les axes , les sommets les asymptotes ; les foyers et les directrices .

b) Ecrire une équation cartésienne de $\Gamma' = f(\Gamma)$.